СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ
ПО ПОДГОТОВКЕ К ОТВЕТУ НА ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ВОПРОС
ПЕРЕВОДНОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ В 6-ом КЛАССЕ

(в справочном материале гиперссылки на интернет-ресурсы выделены синим цветом)

БИЛЕТ №1

Натуральные числа. Сложение натуральных чисел. Законы сложения.

Запомните!

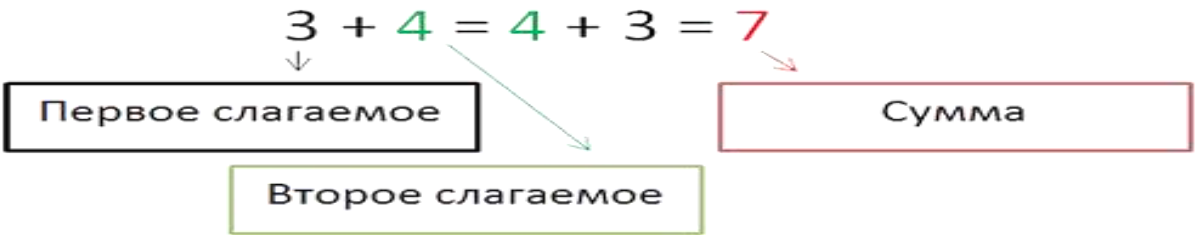
Натуральные числа— это числа, начиная с 1, получаемые при счете предметов.
1,2,3,4,5...

Наименьшее натуральное число— 1.

Наибольшего натурального числа не существует.

При счёте число ноль не используется, поэтому ноль не считается натуральным числом.

Всего цифр десять: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. С помощью этих цифр можно записать любое натуральное число.



Переместительный закон сложения

Запомните!

От перестановки слагаемых сумма не меняется.

В буквенном виде свойство записывается так:

$a + b = b + a$

В этом равенстве буквы a и b могут принимать любые натуральные значения и значение 0.

Пример:

90 + 20 = 20 + 90 = 110

Сочетательный закон сложения

Запомните!

Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего числа.

В буквенном виде:

$(a + b) + c = a + (b + c)$

$(2 + 6) + 4 = 2 + (6 + 4) = 12$

Например:

6 + 4 + (3 + 2) = 6 + (4 + 3) + 2 = (6 + 4) + 3 + 2 = 15

Обратите внимание, этот закон действует только, если все действия в примере сложение!

Запомните!

Если к числу прибавить нуль, получится само число.

$a + 0 = 0 + a = a$

БИЛЕТ №2

Умножение. Законы умножения.

Свойства умножения

Переместительное свойство умножения

Запомните!

От перестановки множителей произведение не меняется.

$a \cdot b = b \cdot a$

Пример:

$11 \cdot 4 = 4 \cdot 11 = 44$

Сочетательное свойство умножения

Запомните!

Чтобы умножить число на произведение двух чисел, можно сначала умножить его на первый множитель, а потом полученное произведение умножить на второй множитель.

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

$(3 \overset{1}{\cdot} 5) \overset{2}{\cdot} 6 = 3 \overset{2}{\cdot} (5 \overset{1}{\cdot} 6) = 3 \cdot 30 = 90$

Свойство нуля при умножении

Запомните!

Если в произведении хотя бы один множитель равен нулю, то само произведение будет равно нулю.

$a \cdot 0 = 0$

$0 \cdot a \cdot b \cdot c = 0$

Если в произведении один из множитель равен нулю, то само произведение будет равно нулю.

$a \cdot 0 = 0$

$0 \cdot a \cdot b \cdot c = 0$

Распределительное свойство умножения относительно сложения

Запомните!

Чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и сложить полученные результаты.

$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Например:

$8 \cdot (6 + 5) = 8 \cdot 6 + 8 \cdot 5 = 48 + 40 = 88$

Распределительное свойство умножения относительно вычитания

Запомните!

Чтобы умножить разность на число, можно умножить на это число сначала уменьшаемое, а затем вычитаемое, и из первого произведения вычесть второе.

В буквенном виде свойство записывается так:

$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$

Например:

$8 \cdot (6 - 5) = 8 \cdot 6 - 8 \cdot 5 = 48 - 40 = 8$

Запомните!

При умножение любого числа на 1 получается это же число.

$a \cdot 1 = a$

Например:

$18 \cdot 1 = 18$

БИЛЕТ №3

Степень с натуральным показателем

Запомните!

Степенью натурального числа a называют произведение нескольких множителей, каждый из которых равен a.

Например:

$a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$

$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^7$

Квадрат числа а

Произведение *а* умножить на *а* называют второй степенью или квадратом числа *а*.

Запомните

$a \cdot a = a^2$

Например:

$15 \cdot 15 = 15^2$

$4^2 = 4 \cdot 4$

$x \cdot x = x^2$

$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b)$

Квадраты первых десяти натуральных чисел вы легко вспомните с помощью таблицы умножения:

$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$

$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

$6^2 = 36$

$7^2 = 49$

$8^2 = 64$

$9^2 = 81$

$10^2 = 100$

И другие квадраты чисел также можете легко найти.

Куб числа а

Запомните

Произведение числа *а* на *а* и на *а* называют третьей степенью или кубом числа *а*.

Записывают таким образом, $a \cdot a \cdot a = a^3$**. Читают *а* в кубе или *а* в третьей степени**.

Например:

$16 \cdot 16 \cdot 16 = 16^3$

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$

$(c+b)^3 = (c+b)(c+b)(c+b)$

Таблица кубов первых десяти натуральных чисел:

$1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

$6^3 = 216$

$7^3 = 343$

$8^3 = 512$

$9^3 = 729$

$10^3 = 1000$

БИЛЕТ №4

Делители натурального числа. НОД и взаимно простые числа.

Числа, на которые число делится нацело (для 12 это 1, 2, 3, 4, 6 и 12) называются делителями числа.

Запомните!

Делитель натурального числа *a* — это такое натуральное число, которое делит данное число *a* без остатка. Натуральное число, которое имеет более двух делителей называется составным.

Делители числа 12: 1, 2, 3, 4, 6 и 12

Делители числа 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Обратите внимание, что числа 12 и 36 имеют общие делители.

Это числа: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Наибольший из делителей этих чисел — 12.

Общий делитель двух данных чисел *a* и *b* — это число, на которое делятся без остатка оба данных числа *a* и *b*.

Запомните!

Наибольший общий делитель (НОД) двух данных чисел

a и *b* — это наибольшее число, на которое оба числа *a* и *b* делятся без остатка.

Кратко наибольший общий делитель чисел a и b записывают так: НОД (*a*; *b*).

Пример: НОД (12; 36) = 12.

Делители чисел в записи решения обозначают большой буквой «Д».

Пример.

Д (7) = {1, 7}

Д (9) = {1, 9}

НОД (7; 9) = 1

Числа 7 и 9 имеют только один общий делитель — число 1. Такие числа называют *взаимно простыми числами*.

Запомните!

Взаимно простые числа— это натуральные числа, которые имеют только один общий делитель — число 1.

Их НОД равен 1.

Как найти наибольший общий делитель?

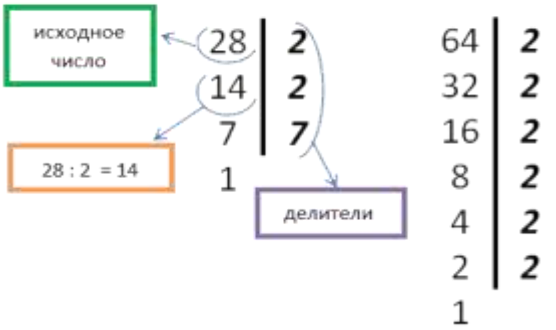
Чтобы найти НОД двух или более натуральных чисел нужно:

1. Разложить делители чисел на простые множители;

Вычисления удобно записывать с помощью вертикальной черты. Слева от черты сначала записываем делимое, справа — делитель. Далее в левом столбце записываем значения частных.

Поясним сразу на примере.

Разложим на простые множители числа 28 и 64.



2. Подчёркиваем одинаковые простые множители в обоих числах.
   28 =2·2· 7
   64 =2·2· 2 · 2 · 2 · 2
3. Находим произведение одинаковых простых множителей и записать ответ; НОД (28; 64) = 2 · 2 = 4

Ответ: НОД (28; 64) = 4

Оформить нахождение НОД можно двумя способами: в столбик (как делали выше) или «в строчку».

Первый способ записи НОД

Найти НОД 48 и 36.

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

НОД (48; 36) = 2 · 2 · 3 = 12

Второй способ записи НОД

Теперь запишем решение поиска НОД в строчку. Найти НОД 10 и 15.

Д (10) = {1, 2,5, 10}

Д (15) = {1, 3,5, 15}

Д (10, 15) = {1,5}

НОД (10; 15) = 5

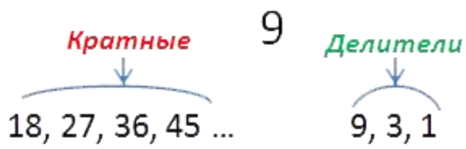
БИЛЕТ №5

Кратные натурального числа. НОК.

Запомните

Кратное числу *а*— это число, которое **само делится** на число *а* без остатка.

Числа кратные 8 (то есть, эти числа разделятся на 8 без остатка): это числа 16, 24, 32 ...
Кратные 9: 18, 27, 36, 45 ...
Чисел, кратных данному числу *а* бесконечно много, в отличии от делителей этого же числа. Делителей — конечное количество.



Общим кратным двух натуральных чисел называется число, которое делится на оба эти числа нацело.

Запомните

Наименьшим общим кратным (НОК) двух и более натуральных чисел называется наименьшее натуральное число, которое само делится нацело на каждое из этих чисел.

Как найти НОК?

НОК можно найти и записать двумя способами.

Первый способ нахождения НОК

Данный способ обычно применяется для небольших чисел.

1. Выписываем в строчку кратные для каждого из чисел, пока не найдётся кратное, одинаковое для обоих чисел.
2. Кратное числа *а* обозначаем большой буквой «К».
   К (а) = {...,...}

Пример.
Найти НОК 6 и 8.
К (6) = {12, 18,24, 30, ...}
К (8) = {8, 16,24, 32, ...}
НОК (6, 8) = 24

Второй способ нахождения НОК

Этот способ удобно использовать, чтобы найти НОК для трёх и более чисел.

1. Разложить данные числа на простые множители.

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

.

2. Выписать в строчку множители, входящие в разложение самого большого из чисел, а под ним — разложение остальных чисел.

Запомните!

Количество одинаковых множителей в разложениях чисел может быть разное.

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$24 = 2 \cdot 2 \cdot \underline{2} \cdot 3$

3. Подчеркнуть в разложении меньшего числа (меньших чисел) множители, которые не вошли в разложение большего числа (в нашем примере это 2) и добавить эти множители в разложение большего числа.
   НОК (24, 60) $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \underline{2}$
4. Полученное произведение записать в ответ.
   Ответ: НОК (24, 60) = 120

Оформить нахождение наименьшего общего кратного (НОК) можно также следующим образом. Найдём НОК (12, 16, 24).

12	2
6	2
3	3
1	

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{2}$

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

Как видим из разложения чисел, все множители 12 вошли в разложение 24 (самого большего из чисел), поэтому в НОК добавляем только одну 2 из разложения числа 16.

НОК (12, 16, 24) $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \underline{2} = 48$

Ответ: НОК (12, 16, 24) = 48

Особые случаи нахождения НОК

Запомните!

1. Если одно из чисел делится нацело на другие, то наименьшее общее кратное этих чисел равно этому числу.

Например.
НОК (60, 15) = 60

2. Так как взаимно простые числа не имеют общих простых делителей, то их наименьшее общее кратное равно произведению этих чисел.

Например.
НОК (8, 9) = 72

БИЛЕТ №6

Признаки делимости натурального числа на 2, 5, 3, 9, 10.

Запомните!

Число делится на 2, если его последняя цифра делится на 2 или является нулём.

Примеры:

- 52 делится на 2. Последняя цифра 2 делится на 2 нацело (2 : 2 = 1).
- 300 делится на 2. Последняя цифра 0.
- 11 не делится на 2. Последняя цифра 1 не делится на 2.

Запомните!

Число делится на 3, если сумма всех его цифр делится на 3.

Примеры:
153 делится на 3. Сумма всех его цифр: 1 + 5 + 3 = 9 делится на 3 (9 : 3 = 3).

Запомните!

Число делится на 5, если его последняя цифра 5 или 0.

Примеры:
155 делится на 5. Последняя цифра 5.

800 делится на 5. Последняя цифра 0.

61 не делится на 5. Последняя цифра 1.

Запомните!

Число делится на 9, если сумма всех его цифр делится на 9.

Примеры:

- 486 делится на 9. Сумма всех его цифр: 4 + 8 + 6 = 18 делится на 9 (18:9= 2).
- 9198 делится на 9. Сумма всех его цифр: 9 + 1 + 9 + 8 = 27 делится на 9 (27 : 9 = 3).
- 55 не делится на 9. Сумма всех его цифр: 5 + 5 = 10 не делится на 9.

Запомните!

На 10 делятся нацело только те числа, последняя цифра которых нуль.

БИЛЕТ №7

Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители.

Запомните!

Простым числом называется натуральное число, которое больше 1 и делиться только на1 и само себя.

Натуральное число, которое имеет более двух делителей называется составным.

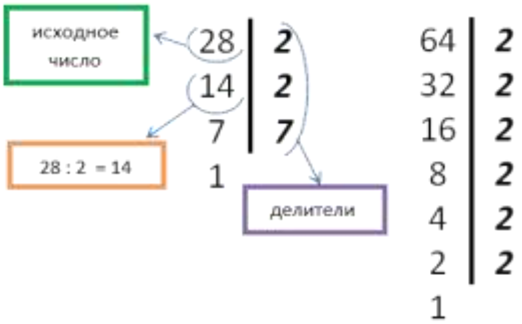
Любое натуральное число всегда делится на 1 и на само себя.

Число 2 — наименьшее простое число

Числа, на которые число делится нацело (для 12 это 1, 2, 3, 4, 6 и 12) называются делителями числа.

Делитель натурального числа ***a*** — это такое натуральное число, которое делит данное число ***a*** без остатка.

Разложим на простые множители числа 28 и 64.



$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7$

$64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

БИЛЕТ №8

Основное свойство дроби. Сокращение дробей.

Запомните! Основное свойство дроби

Сформулируем основное свойство дроби:
Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной.

Запишем это свойство в виде буквенных выражений.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}; \qquad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k};$$

Запомните!

Дробь, равную данной, можно получить, если числитель и знаменатель дроби одновременно разделить на одно и то же число, не равное нулю. Такое преобразование дроби называют сокращением дроби.

Сокращение дроби обычно записывают следующим образом.

Числитель и знаменатель зачёркиваются чёрточками, и рядом с ними записываются результаты деления (частные) числителя и знаменателя на одно и то же число.

Число, на которое делили числитель и знаменатель, держим в

$$\frac{6}{8} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot 4} = \frac{3}{4}$$

уме.

Дробь называют несократимой, если её числитель и знаменатель не имеют общих делителей т.е. числитель и знаменатель являются взаимно простыми числами.

БИЛЕТ №9

Сравнение обыкновенных дробей. Правильные и неправильные дроби.

Запомните

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше.

$$\frac{1}{5} < \frac{4}{5}$$

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше.

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{8}$$

Запомните

Чтобы *сравнить дроби с разными знаменателями*, нужно привести дроби к общему знаменателю. После приведения дробей к общему знаменателю, дроби сравниваются по правилу сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.

Пример. Сравним $\frac{2}{7}$ и $\frac{1}{14}$

Приводим дроби к общему знаменателю.

$\frac{2}{7}^{\backslash 2}$ и $\frac{1}{14}$

$\frac{4}{14}$ и $\frac{1}{14}$

Сравниваем дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{4}{14} > \frac{1}{14}$$

$$\frac{2}{7} > \frac{1}{14}$$

Запомните

У правильной дроби числитель меньше знаменателя. Поэтому правильная дробь всегда меньше единицы.

У неправильной дроби числитель равен или больше знаменателя. Поэтому **неправильная дробь** или равна единице или больше единицы.

Любая неправильная дробь всегда больше правильной.

Пример

Сравните: $\frac{3}{7}$ и $\frac{7}{3}$; $\frac{7}{3}$ и 1; $\frac{3}{7}$ и 1

$\frac{3}{7} > \frac{7}{3}$, дробь $\frac{3}{7}$ - правильная, так как 3<7, а $\frac{7}{3}$ - неправильная, так как 7>3

$\frac{3}{7} < 1$

$\frac{7}{3} > 1$

БИЛЕТ №10

Сложение и вычитание обыкновенных дробей.

Запомните!

При **сложении (вычитании) дробей с равными знаменателями** складывают (вычитают) числители, а знаменатель оставляют тот же.

Пример.

$$\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{3+4}{8} = \frac{7}{8}$$

Запомните!

Чтобы **сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями** их нужно привести к наименьшему общему знаменателю, а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с общим знаменателем

Пример. Сложить дроби.

$$\frac{3}{15} + \frac{4}{18} =$$

1. *Привести данные дроби к наименьшему общему знаменателю (НОЗ)*. Для этого найти наименьшее общее кратное знаменателей

Как найти общий знаменатель

Находим НОК (15, 18).

$$\begin{array}{r|l} 15 & \boldsymbol{5} \\ 3 & \boldsymbol{3} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & \boldsymbol{2} \\ 9 & \boldsymbol{3} \\ 3 & \boldsymbol{3} \\ 1 & \end{array}$$

НОК (15, 18) = 3 · 2 · 3 · 5 = 90

2. Найти дополнительные множители для каждой дроби. Для этого **наименьший общий знаменатель** (НОК из пункта 1) делим по очереди на знаменатель каждой дроби.

$$\frac{3}{15}^{\setminus 6} + \frac{4}{18}^{\setminus 5} =$$

3. Числитель и знаменатель каждой дроби умножаем на свой дополнительный множитель, пользуясь основным свойством дроби.

$$\frac{3}{15}^{\setminus 6} + \frac{4}{18}^{\setminus 5} = \frac{18}{90} + \frac{20}{90} = \frac{38}{90}$$

4. Проверяем полученную дробь.

- Если в результате получилась неправильная дробь, результат записываем в виде смешанного числа. Проверим нашу дробь. 38 < 90. У нас дробь правильная.
- Если в результате получилась сократимая дробь, необходимо выполнить сокращение

$$\frac{38}{90} = \frac{\overset{19}{\cancel{38}}}{\underset{45}{\cancel{90}}} = \frac{19}{45}$$

Итак,

$$\frac{3}{15}^{\setminus 6} + \frac{4}{18}^{\setminus 5} = \frac{18}{90} + \frac{20}{90} = \frac{38}{90} = \frac{\overset{19}{\cancel{38}}}{\underset{45}{\cancel{90}}} = \frac{19}{45}$$

Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями от числителя уменьшаемого (первой дроби) отнимают числитель вычитаемого (второй дроби), а знаменатель оставляют прежним.

Пример.

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{5-1}{12} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{1}{3}$$

Запомните!

Прежде чем записать конечный ответ, проверьте, нельзя ли сократить полученную дробь.

В буквенном виде правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями записывают так:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Вычитание правильной дроби из единицы

Когда нужно вычесть из единицы правильную дробь, единицу представляют в виде неправильной дроби, знаменатель которой, равен знаменателю вычитаемой дроби.

Пример.

$$1 - \frac{3}{7} =$$

Знаменатель вычитаемой дроби равен 7, значит, единицу представляют как неправильную дробь $\frac{7}{7}$ и вычитают по правилу вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{7-3}{7} = \frac{4}{7}$$

Вычитание правильной дроби из целого числа

Чтобы из целого числа вычесть правильную дробь нужно представить это натуральное число в виде смешанного числа.

Для этого занимаем единицу в натуральном числе и представляем её в виде неправильной дроби, знаменатель которой равен знаменателю вычитаемой дроби.

Пример.

$$3 - \frac{6}{7} = 2\frac{7}{7} - \frac{6}{7} = 2\frac{1}{7}$$

$$2 \qquad 1 = \frac{7}{7}$$

В примере единицу мы заменили неправильной дробью 7/7 и вместо 3 записали смешанное число и от дробной части отняли дробь.

Вычитание смешанных чисел

При вычитании смешанных чисел отдельно из целой части вычитают целую часть, а из дробной части вычитают дробную часть.

При подобных расчётах могут встретиться разные случаи.

Первый случай вычитания смешанных чисел

У дробных частей одинаковые знаменатели и числитель дробной части уменьшаемого (из чего вычитаем) больше или равен числителю дробной части вычитаемого (что вычитаем).

Пример.

$$8\frac{3}{5} - 2\frac{1}{5} = (8-2) + (\frac{3}{5} - \frac{1}{5}) = 6\frac{2}{5}$$

Второй случай вычитания смешанных чисел

У дробных частей разные знаменатели.

В этом случае вначале нужно привести к общему знаменателю дробные части, а затем выполнить вычитание целой части из целой, а дробной из дробной.

Пример.

$$5\frac{10}{11} - 3\frac{2}{3} = (5-3) + (\frac{10}{11}^{\backslash 3} - \frac{2}{3}^{\backslash 11}) = 2 + (\frac{30}{33} - \frac{22}{33}) = 2\frac{8}{33}$$

Третий случай вычитания смешанных чисел

Дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого.

Пример.

$$4\frac{1}{6} - 2\frac{7}{9} =$$

Так как у дробных частей разные знаменатели, то как и во втором случае, вначале приведём обыкновенные дроби к общему знаменателю.

$$4\frac{1}{6}^{\backslash 3} - 2\frac{7}{9}^{\backslash 2} = 4\frac{3}{18} - 2\frac{14}{18} =$$

Числитель дробной части уменьшаемого меньше числителя дробной части вычитаемого.

3 < 14

Поэтому, вспомнив вычитание правильной дроби из целого числа, займём единицу из целой части и представим эту единицу в виде неправильной дроби с одинаковым знаменателем и числителем равным 18.

$$4\frac{3}{18}-2\frac{14}{18}=(3+1+\frac{3}{18})-2\frac{14}{18}=3+(\frac{18}{18}+\frac{3}{18})-2\frac{14}{18}=$$

$$4\frac{3}{18}-2\frac{14}{18}=(3+1+\frac{3}{18})-2\frac{14}{18}=3+(\frac{18}{18}+\frac{3}{18})-2\frac{14}{18}=$$

$$=3\frac{21}{18}-\ 2\frac{14}{18}=(3-2)+(\frac{21}{18}-\frac{14}{18})=1\frac{7}{18}$$

Все рассмотренные случаи можно описать с помощью правил **вычитания смешанных чисел**.

- Привести дробные части уменьшаемого и вычитаемого к наименьшему общему знаменателю.
- Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то занимаем у целой части уменьшаемого единицу. Эту единицу превращаем в неправильную дробь с одинаковым числителем и знаменателем равными наименьшему общему знаменателю.
- Прибавляем полученную неправильную дробь к дробной части уменьшаемого.
- Вычитаем из целой части целую, а из дробной — дробную.
- Проверяем, нельзя ли сократить и выделить целую часть в конечной дроби.

БИЛЕТ №11

Умножение обыкновенных дробей.

Запомните!

Чтобы **умножить дробь на дробь**, надо:

- числитель первой дроби умножить на числитель второй дроби и их произведение записать в числитель новой дроби;
- знаменатель первой дроби умножить на знаменатель второй дроби и их произведение записать в знаменатель новой дроби;

Пример.

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 4}=\frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{20}_{\,10}}=\frac{3}{10}$$

Прежде чем перемножать числители и знаменатели проверьте нельзя ли сократить дроби. Сокращение дробей при расчётах значительно облегчит ваши вычисления.

Пример.

$$\frac{24}{35}\cdot\frac{25}{36}=\frac{\overset{2}{\cancel{24}}\cdot\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{7}{\cancel{35}}\cdot\underset{3}{\cancel{36}}}=\frac{2\cdot5}{7\cdot3}=\frac{10}{21}$$

Умножение дроби на натуральное число

Запомните!

Чтобы дробь **умножить на натуральное число** нужно числитель дроби умножить на это число, а знаменатель дроби оставить без изменения.

Если в результате умножения получилась неправильная дробь, не забудьте превратить её в смешанное число, то есть выделить целую часть.

$$\frac{3}{8}\cdot5=\frac{3\cdot5}{8}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$$

Умножение смешанных чисел

Запомните!

Чтобы перемножить смешанные числа, надо вначале превратить их в неправильные дроби и после этого умножить по правилу умножения обыкновенных дробей.

$$4\frac{2}{7}\cdot5\frac{3}{5}=\frac{30}{7}\cdot\frac{28}{5}=\frac{\overset{6}{\cancel{30}}\cdot\overset{4}{\cancel{28}}}{\underset{1}{\cancel{7}}\cdot\underset{1}{\cancel{5}}}=\frac{24}{1}=24$$

БИЛЕТ№12

Деление обыкновенных дробей

Запомните!

Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, отличную от нуля, нужно:

- числитель первой дроби умножить на знаменатель второй дроби и записать произведение в числитель новой дроби;
- знаменатель первой дроби умножить на числитель второй дроби и записать произведение в знаменатель новой дроби.

Другими словами, деление дробей сводится к умножению.

Поэтому **правила деления дробей** можно записать следующим образом.

Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое (первую дробь) умножить на обратную дробь делителю.

Пример.

обратная "перевёрнутая" дробь

$$\frac{4}{7} : \frac{2}{5} = \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot 5}{7 \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

делимое

делитель "переворачиваем"

Как дробь разделить на число

<u>Запомните</u>

Чтобы разделить дробь на натуральное число, можно использовать следующий способ.

Мы представляем натуральное число в виде неправильной дроби с числителем, равным самому числу, а знаменатель равным единице. Затем выполняем деление по правилу деления дроби на дробь.

$$\frac{5}{9} : 2 = \frac{5}{9} : \frac{2}{1} = \frac{5 \cdot 1}{9 \cdot 2} = \frac{5}{18}$$

Деление смешанных чисел

<u>Запомните</u>

При делении смешанных чисел надо представить числа в виде неправильных дробей, а потом разделить их друг на друга по правилу деления дроби на дроби.

Пример.

$$2\frac{3}{4} : 1\frac{1}{10} = \frac{11}{4} : \frac{11}{10} = \frac{\overset{1}{\cancel{11}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{2}{\cancel{4}} \cdot \underset{1}{\cancel{11}}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

БИЛЕТ №13

Пропорция. Основное свойство пропорции.

<u>Запомните</u>

Пропорция— это равенство двух отношений.

Рассмотрим два равных отношения:

$\frac{8}{4}$ и $\frac{10}{5}$

Соединив их знаком равенства, мы получим пропорцию.

$$\frac{8}{4} = \frac{10}{5}$$

В пропорции различают *крайние и средние члены*.

$$\frac{8}{4} = \frac{10}{5}$$

- 8 и 5 называют крайними членами.
- 4 и 10 —средние члены.

Запомните!

Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних.

Правило выше и называется основным свойством пропорции.

Чтобы правильно применять правило, мы предлагаем вам запомнить правило (креста) «Х».

Рассмотрим его на примере пропорции.

$$\frac{18}{2} = \frac{27}{3}$$

Убедимся, что пропорция составлена верно.

$$\frac{18}{2} = 9$$

$$\frac{27}{3} = 9$$

$$\frac{18}{2} = \frac{27}{3}$$

Теперь запишем пропорцию и нарисуем карандашом поверх знака равенства крест.

$$\frac{18}{2} \times \frac{27}{3}$$

$18 \cdot 3 = 27 \cdot 2$

$54 = 54$ (верно)

Нарисовав крест, гораздо легче составить нужное произведение (выполнить основное свойство пропорции).

БИЛЕТ№14

Прямая и обратная пропорциональность.

Прямая пропорциональность

Запомните!

> Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Проще всего понять прямо пропорциональную зависимость на примере станка, изготавливающего детали с постоянной скоростью. Если за два часа он делает 25 деталей, то за 4 часа он изготовит деталей вдвое больше — 50. Во сколько раз дольше времени он будет работать, во столько же раз больше деталей он изготовит.

Математически это выглядит так:

$4 : 2 = 50 : 25$ или так: $2 : 4 = 25 : 50$

Прямо пропорциональными величинами тут являются время работы станка и число изготовленных деталей.

Говорят: Число деталей прямо пропорционально времени работы станка.

Если две величины прямо пропорциональны, то отношения соответствующих величин равны. (В нашем примере — это отношение времени 1 к времени 2 = отношению количества деталей за время 1 к количеству деталей за время 2)

Обратная пропорциональность

Запомните!

> Две величины называют обратно пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Обратно пропорциональная зависимость часто встречается в задачах на скорость. Скорость и время являются обратно пропорциональными величинами. Действительно, чем быстрее движется объект, тем меньше времени у него уйдет на путь.

Например:

Поезд преодолевает расстояние 80 км со скоростью 40 км/час за 2 часа.

$t = s : v$ $\quad$ $80 : 40 = 2$

Если он будет двигаться со скоростью 20 км/час, то есть в два раза меньшей, он будет в пути 4 часа.

$$80 : 20 = 4$$

Отношения скорости и времени будут следующими:

$$\frac{40}{20} = \frac{4}{2} \qquad \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1},$$ *то есть обратными.*

Если величины обратно пропорциональны, то отношение значений одной величины (скорости в нашем примере) равно обратному отношению другой величины (времени в нашем примере).

В нашем примере — отношение первой скорости к второй скорости равно отношению второго времени к первому времени.

БИЛЕТ№15

Проценты. Нахождение процентов от величины и величины по его процентам.

Запомните!

Процент — это одна сотая часть от числа.

$$1\ \% = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

Процент записывается с помощью знака %.

- Чтобы **перевести проценты в дробь**, нужно убрать знак % и разделить число на 100.

$$2\ \% = \frac{2}{100} = 0{,}02$$

$$49\ \% = \frac{49}{100} = 0{,}49$$

$$35{,}5\ \% = \frac{35{,}5}{100} = 0{,}355$$

- Чтобы перевести десятичную дробь в проценты, нужно дробь умножить на 100 и добавить знак %.

$$0{,}14 = 0{,}14 \cdot 100\ \% = 14\ \%$$

$$0{,}07 = 0{,}07 \cdot 100\ \% = 7\ \%$$

$$0{,}565 = 0{,}565 \cdot 100\ \% = 56{,}5\ \%$$

- Чтобы **перевести обыкновенную дробь в проценты**, нужно сначала превратить её в десятичную дробь.

$$\frac{2}{5} = 0{,}4; \qquad 0{,}4 \cdot 100\ \% = 40\ \%$$

$$\frac{8}{25} = 0{,}32; \qquad 0{,}32 \cdot 100\ \% = 32\ \%$$

Перевод дробей в проценты

Как вы поняли, проценты тесно связаны с обыкновенными и десятичными дробями. Поэтому стоит запомнить несколько простых равенств.

В повседневной жизни нужно знать о числовой связи дробей и процентов. Так, половина — 50%, четверть — 25%, три четверти — 75%, одна пятая — 20%, а три пятых — 60%.

Запомните!

- **Чтобы найти проценты от числа**, нужно выразить проценты обыкновенной или десятичной дробью и умножить полученную дробь на данное число.
- **Чтобы найти число по его процентам**, нужно выразить проценты обыкновенной или десятичной дробью и разделить на эту дробь данное число.
- Чтобы найти, **сколько процентов составляет первое число от второго**, нужно разделить первое число на второе и результат умножить на 100%.

БИЛЕТ №16

Координатная ось. Положительные и отрицательные числа. Противоположные числа.

Запомните!

Прямая, на которой отмечено:

- начало отсчёта (точка 0);
- единичный отрезок;
- стрелкой указано положительное направление;

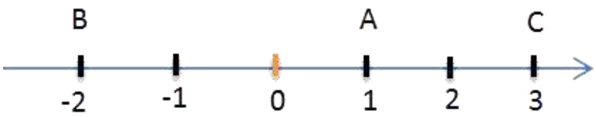
называется **координатной прямой** или числовой

осью.

Запомните!

Число, показывающее положение точки на координатной оси, называют координатой этой точки.

Пример. Найдем координаты точек A, B, C.



Ответ: A (1); B (−2); C (3);

Запомните!

Положительные числа откладывают вправо от нуля, а отрицательные — влево от нуля.

Число 0 не является ни положительным, ни отрицательным числом.

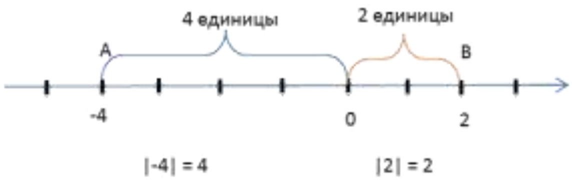
Числа, которые отличаются только знаком, называются **противоположными числами.** Соответствующие им точки числовой (координатной) оси симметричны относительны начала отсчёта.

Каждое число имеет единственное противоположное ему число. Только число 0 не имеет противоположного, но можно сказать, что оно противоположно самому себе.

БИЛЕТ №17

Модуль числа. Сравнение чисел.

Обозначим на координатной прямой две точки, которые соответствуют числам −4 и 2.



Точка A, соответствующая числу −4, находится на расстоянии 4 единичных отрезков от точки 0 (начала отсчёта), то есть длина отрезка OA равна 4 единицам.

Число 4 (длина отрезка OA) называют модулем числа −4.

Обозначают **модуль числа** так: |−4| = 4

Читают символы выше следующим образом: «модуль числа минус четыре равен четырём».

Точка B, соответствующая числу +2, находится на расстоянии двух единичных отрезков от начала отсчёта, то есть длина отрезка OB равна двум единицам.

Число 2 называют модулем числа +2 и записывают: |+2| = 2 или |2| = 2.

Если взять некоторое число «а» и изобразить его точкой A на координатной прямой, то расстояние от точки A до начала отсчёта (другими словами длина отрезка OA) и будет называться модулем числа «а».

|a| = OA

Запомните

Модулем рационального числа называют расстояние от начала отсчёта до точки координатной прямой, соответствующей этому числу.

Так как расстояние (длина отрезка) может выражаться только положительным числом или нулём, можно сказать, что модуль числа не может быть отрицательным.

Запомните

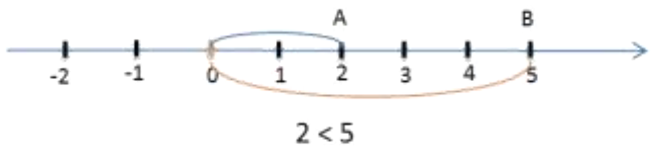
Запишем свойства модуля с помощью буквенных выражений, рассмотрев все возможные случаи.

1. Модуль положительного числа равен самому числу.
   |a| = a, если a > 0;

2. Модуль отрицательного числа равен противоположному числу.
   $|-a| = a$, если $a < 0$;
3. Модуль нуля равен нулю.
   $|0| = 0$, если $a = 0$;
4. Противоположные числа имеют равные модули.
   $|-a| = |a|$;

Примеры модулей рациональных чисел:

- $|-4{,}8| = 4{,}8$
- $|0| = 0$
- $|-3/8| = |3/8|$

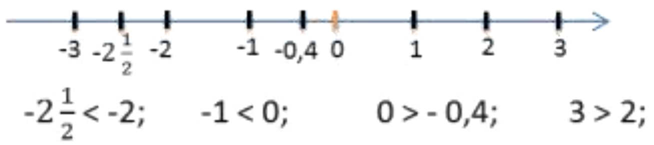


Из двух чисел на координатной прямой больше то, которое расположено правее, а меньше то, которое расположено левее.

Запомните!

- любое положительное число больше нуля и больше любого отрицательного числа;
- любое отрицательное число меньше нуля и меньше любого положительного числа.

Пример.



Сравнивать рациональные числа удобно с помощью понятия модуля.

Большее из двух положительных чисел изображается точкой, расположенной на координатной прямой правее, то есть дальше от начала отсчёта. Значит, это число имеет больший модуль.

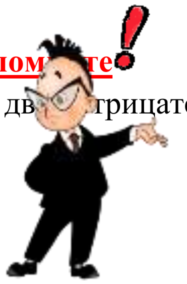
Запомните!

Из двух положительных чисел больше то, чей модуль больше.

При сравнении двух отрицательных чисел большее будет расположено правее, то есть ближе к началу отсчёта. Значит, его модуль (длина отрезка от нуля до числа) будет меньше.

Запомните!

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.



Пример.

Сравнить числа −6 и −12.

Точка, соответствующая числу −6 расположена ближе к началу отсчёта, чем точка, соответствующая числу −12.

$|-6| < |-12|$, значит, $-6 > -12$.

БИЛЕТ №18

Сложение положительных и отрицательных чисел.

Запомните!

Чтобы сложить отрицательные числа, нужно сложить их модули и поставить перед суммой знак минус.

Пример.

$$(-3{,}2) + (-4{,}3) = -(3{,}2 + 4{,}3) = -7{,}5$$

Сложение чисел с разными знаками

Если числа имеют разные знаки, то действуем несколько по-иному, чем при сложении чисел с одинаковыми знаками.

- Отбрасываем знаки перед числами, то есть берём их модули.
- Из большего модуля вычитаем меньший.
- Перед разностью ставим тот знак, который был у числа с большим модулем.

Пример сложения отрицательного и положительного числа.

$0{,}3 + (-0{,}8) = -(0{,}8 - 0{,}3) = -0{,}5$

Пример сложения смешанных чисел.

$$-4\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} = -(4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}) = -3\frac{1}{3}$$

Запомните!

Чтобы **сложить числа с разными знаками** надо:

- из большего модуля вычесть меньший модуль;
- перед полученной разностью поставить знак числа, имеющего больший модуль.

БИЛЕТ №19

Умножение и деление положительных и отрицательных чисел.

Умножение чисел с одинаковыми знаками

Запомните!

Чтобы умножить два числа с одинаковыми знаками надо:

- перемножить модули чисел;
- перед полученным произведением поставить знак «+» (при записи ответа знак «плюс» перед первым числом слева можно опускать).

Примеры умножения отрицательных и положительных чисел.

$(-3) \cdot (-6) = +\,18 = 18$

$2 \cdot 3 = 6$

Умножение чисел с разными знаками

Запомните!

Чтобы умножить два числа с разными знаками, надо:

- перемножить модули чисел;
- перед полученным произведением поставить знак «−».

Примеры умножения отрицательных и положительных чисел.

- $(-0{,}3) \cdot 0{,}5 = -0{,}15$
- $1{,}2 \cdot (-7) = -8{,}4$

Правила знаков для умножения

Запомнить правило знаков для умножения очень просто. Данное правило совпадает с правилом раскрытия скобок.

Запомните!

Минус на минус даёт плюс,
Плюс на минус даёт минус.

$+ \cdot (+) = +$	$+ \cdot (-) = -$
$- \cdot (-) = +$	$- \cdot (+) = -$

В «длинных» примерах, в которых есть только действие умножение, знак произведения можно определять по количеству отрицательных множителей.

При чётном числе отрицательных множителей результат будет положительным, а при нечётном количестве — отрицательным.

Пример.

$(-6) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-2) \cdot 12 \cdot (-1) =$

В примере пять отрицательных множителей. Значит, знак результата будет «минус».

Теперь вычислим произведение модулей, не обращая внимание на знаки.

$6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 1 = 1728$

Конечный результат умножения исходных чисел будет:

$(-6) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-2) \cdot 12 \cdot (-1) = -1728$

Правила деления отрицательных чисел

Запомните!

Чтобы разделить два отрицательных числа надо:

- модуль делимого разделить на модуль делителя;
- перед результатом поставить знак «+».

Примеры деления чисел с одинаковыми знаками:

$(-9) : (-3) = +3$

Запомните!

Чтобы *разделить два числа с разными знаками*, надо:

- модуль делимого разделить на модуль делителя;
- перед результатом поставить знак «−».

Примеры деления чисел с разными знаками:

$(-5) : 2 = -2{,}5$

$28 : (-2) = -14$

Для определения знака частного можно также пользоваться следующей таблицей.

+ : (+) =+	+ : (−) =−
− : (−) =+	− : (+) =−

БИЛЕТ№20

Раскрытие скобок и заключение в скобки

Выражение $a + (b + c)$ можно записать без скобок: $a + (b + c) = a + b + c$

Эту операцию называют раскрытием скобок.

Пример 1. Раскроем скобки в выражении $a + (- b + c)$.

Решение. $a + (- b + c) = a + ((-b) + c) = a + (-b) + c = a - b + c$.

Запомните!

Если перед скобками стоит знак " + ", то можно опустить скобки и этот знак " + ", сохранив знаки слагаемых, стоящих в скобках. Если первое слагаемое в скобках записано без знака, то его надо записать со знаком " + ".

$- 2{,}87 + (2{,}87 - 7{,}639) = - 2{,}87 + 2{,}87 - 7{,}639 = 0 - 7{,}639 = - 7{,}639$.

Чтобы записать сумму, противоположную сумме нескольких слагаемых, надо изменить знаки данных слагаемых.

Значит: $-(a + b) = -a - b$.

Запомните!

Чтобы раскрыть скобки, перед которыми стоит знак " - ", надо заменить этот знак на " + ", поменяв знаки всех слагаемых в скобках на противоположные, а потом раскрыть скобки.

Значит:

9,36 - (9,36 - 5,48) = 9,36 + (-9,36 + 5,48) = 9,36 - 9,36 + 5,48 = 0 + 5,48 = 5,48.

Запомните!

Если сумма заключается в скобки, перед которыми стоит знак «+», то знаки слагаемых, заключённых в скобки, оставляют без изменения.

-a+b-c= +(-a+b-c)

Примеры.

1) -4+9-5= +(-4+9-5)

2) -96+22= +(-96+22)

3) 56-28+23-4= +(56-28+23-4)

Запомните!

Если сумма заключается в скобки, перед которыми стоит знак «-», то знаки слагаемых, заключённых в скобки, меняют на противоположные.

a-b+c-d= -(-a+b-c+d)

Примеры.

1) 123-25+37= -(-123+25-37)

2) -56+38-49= -(56-38+49)

3) 35-77+65= -(-35+77-65)

БИЛЕТ№21

Среднее арифметическое нескольких чисел

Запомните!

Чтобы **найти среднее арифметическое**, нужно сложить все числа и поделить их сумму на их количество.

Пример:

Найти среднее арифметическое 2, 3 и 4.

Обозначим среднее арифметическое буквой m.

По определению выше найдем сумму всех чисел. 2 + 3 + 4 = 9.

Разделим полученную сумму на количество взятых чисел. У нас по условию три числа.

В итоге мы получаем *формулу среднего арифметического*:

$$m = \frac{2+3+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Количество чисел

Для чего нужно среднее арифметическое?

Кроме того, что его постоянно предлагают найти на уроках, нахождение среднего арифметического весьма полезно и в жизни.

Например, вы решили продавать футбольные мячи. Но так как вы новичок в этом деле, совершенно непонятно по какой цене вам продавать мячи.

Тогда вы решаете узнать, по какой цене в вашем районе уже продают футбольные мячи конкуренты. Узнаем цены в магазинах и составим таблицу.

Магазин	**Цена футбольного мяча**
«Спорт-товары»	290 руб.
«Adidas»	360 руб.
«Все для футбола»	310 руб.

Цены на мячи в магазинах оказались совсем разные. Какую цену для продажи футбольного мяча нам лучше выбрать?

Если выбрать самую низкую (290 руб.), то мы будем продавать товар себе в убыток. Если выбрать самую высокую (360 руб.), то покупатели не будут приобретать футбольные мячи у нас.

Нам нужна средняя цена. Здесь на помощь приходит *среднее арифметическое*.

Вычислим среднее арифметическое цен на футбольные мячи:

Средняя цена $= \dfrac{290 + 360 + 310}{3} = \dfrac{960}{3}$ *= 320 руб.*

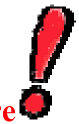
Таким образом, мы получили среднюю цену (320 руб.), по которой мы можем продавать футбольный мяч не слишком дёшево и не слишком дорого.

Средняя скорость движения

Со средним арифметическим тесно связано понятие **средней скорости движения**.

Наблюдая за движением транспорта в городе, можно заметить, что машины, то разгоняются и едут с большой скоростью, то замедляются и едут с маленькой скоростью.

Таких участков на пути следования автотранспорта бывает много. Поэтому для удобства расчётов, используют понятие средней скорости движения.



Запомните

Средняя скорость движения — это весь пройденный путь разделить на всё время движения.

$$V_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{весь пройденный}}}{t}$$

БИЛЕТ №22

Десятичная дробь. Сложение и вычитание десятичных дробей.

Существует особый вид дробей — **десятичные дроби**. Выглядят они так: 5,6; 3,17 ; 0,17 и т.д. На самом деле это особая запись обыкновенных дробей , у которых знаменатель равен 10, 100,1000,10000 и т.д.

Такие дроби договорились записывать без знаменателя. То есть:

$$\frac{6}{10} = 0{,}6$$

$$\frac{27}{10} = 2{,}7$$

$$\frac{32}{100} = 0{,}32$$

При **сложении десятичные дроби** записываются «столбиком», так чтобы одноимённые разряды находились друг под другом без смещения. При этом запятые должны стоять чётко друг под другом.

Неправильная запись

$$\begin{array}{r} +\;\;\;7{,}31 \\ 41{,}82 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \;\;51{,}7 \\ +\,3{,}12 \\ \hline \end{array}$$

Правильная запись

$$\begin{array}{r} +\;\;7{,}31 \\ 41{,}82 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +\;51{,}7\;\; \\ 3{,}12 \\ \hline \end{array}$$

Складывают десятичные дроби в столбик как натуральные числа, не обращая внимания на запятые.

В ответе запятую ставим под запятыми в исходных дробях

Запомните!

Если исходные десятичные дроби имеют разное количество знаков (цифр) после запятой, то к дроби с меньшим количеством десятичных знаков нужно приписать необходимое число нулей, чтобы уравнять в дробях количество знаков после запятой.

Разберёмся на примере.
Найдём сумму десятичных дробей.
0,678 + 13,7 =
Уравняем количество знаков после запятой в десятичных дробях. Допишем два нуля справа к десятичной дроби 13,7.

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ +\begin{array}{r} 0{,}678 \\ 13{,}700 \end{array} \\ \hline 14{,}378 \end{array}$$

Запомните!

Чтобы сложить (отнять) десятичные дроби нужно:
- Записываем десятичные дроби друг под другом так, чтобы запятые были друг под другом.
- Выполняем сложение (вычитание) десятичных дробей, не обращая внимания на запятые, по правилам сложения (вычитания) в столбик натуральных чисел.
- Ставим в ответ запятую под запятыми.

Запомните!

Чтобы к натуральному числу прибавить десятичную дробь, можно в записи натурального числа в конце приписать запятую и столько нулей, сколько нужно (в данном примере — три), затем выполнить сложение десятичных дробей

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 35{,}000 \\ 3{,}146 \end{array} \\ \hline 38{,}146 \end{array}$$

Запомните!

Чтобы из натурального числа вычесть десятичную дробь, в его записи в конце ставим запятую и приписываем необходимое количество нулей после запятой. Зачем вычитаем, не беря во внимание запятую. В ответ сносим запятую под запятыми:

$$\begin{array}{r} 45{,}000 \\ -\;7{,}302 \\ \hline 37{,}698 \end{array}$$

БИЛЕТ №23

Умножение десятичных дробей.

Запомните

Умножение двух десятичных дробей выполняется так:
1) числа перемножаются без учета запятых.
2) запятая в произведении ставится так, чтобы отделить справа столько же знаков, сколько отделено в обоих множителях вместе взятых.

Например:

1,1 • 0,2 = 0,22 ; 1,1 • 1,1 = 1,21 ; 2,2 • 0,1 = 0,22 .

Примеры умножения десятичных дробей в столбик:

$$\begin{array}{r} 2{,}25 \\ \cdot\; 3 \\ \hline 6{,}75 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}25 \\ \cdot\; 0{,}33 \\ \hline 675 \\ +\,675 \\ \hline 0{,}7425 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}25 \\ \cdot\; 0{,}33 \\ \hline 75 \\ +\;75 \\ \hline 0{,}0825 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}025 \\ \cdot\; 0{,}33 \\ \hline 75 \\ +\;75 \\ \hline 0{,}00825 \end{array}$$

Запомните

При умножении любой десятичной дроби на 10,100,1000 и т.д. запятая в десятичной дроби перемещается вправо на столько знаков, сколько нулей стоит после единицы.

Примеры:

70,1 · 10 = 701

0,023 · 100 = 2,3

5,6 · 1 000 = 5 600

Запомните

Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001; и т.д., надо в этой дроби перенести запятую влево на столько знаков, сколько нулей стоит перед единицей.

Считаем и ноль целых!

Примеры:

12 · 0,1 = 1,2

0,05 · 0,1 = 0,005

1,256 · 0,01 = 0,012 56

БИЛЕТ №24

Деление десятичных дробей.

Для деления десятичной дроби на натуральное число пользуемся следующими правилами.

Запомните!

1. Делим десятичную дробь на натуральное число по правилам деления в столбик, не обращая внимание на запятую.
2. Ставим в частном запятую, когда заканчивается деление целой части делимого.

Если целая часть делимого меньше делителя, то в частном ставим 0 целых.

Пример:

0,806 : 31 =

Обратите внимание, что целая часть десятичной дроби (у нас это 0) меньше, чем делитель (31). Поэтому в частном сразу ставим 0 в целой части.

```
 0,806 | 31
-      |-----
 0     | 0,026
 --
  8
 -
  0
  --
  80
 -
  62
  ---
  186
 -
  186
  ---
    0
```

Не забываем записывать ответ в пример:

0,806 : 31 = 0,026

Запомните!

Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и т.д., надо перенести запятую в этой дроби на столько цифр влево, сколько нулей стоит после единицы в делителе.

Примеры:

310,1 : 10 = 31,01

27,56 : 100 = 0,2756

0,75 : 10 = 0,075

Запомните!

При делении на десятичную дробь, сначала переносим запятую в делимом и делителе вправо на столько знаков, сколько их после запятой в делителе. А затем выполняем деление на натуральное число.

Например:

543,96 : 0,3 = 5439,6 : 3 = 1813,2 ;

237 : 0,03 = 23700 : 3 = 7900

БИЛЕТ№25

Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.

Десятичную дробь представляют в виде обыкновенной дроби, записав ее со знаменателем. При этом число целых искомой обыкновенной дроби равно числу целых десятичной дроби. В числителе искомой дроби пишем цифры, стоящие после запятой (десятичные знаки), а в знаменателе записываем 1 с количеством нулей, которое равно количеству десятичных знаков. Далее, если возможно, производят сокращение дроби.

$$10,\underbrace{12345}_{5\text{ штук}} = 10\frac{12345}{\underbrace{100000}_{5\text{ штук}}} = 10\frac{2469}{20000}$$

Если десятичные знаки начинаются нулями, их в числитель обыкновенной дроби писать не нужно.

$$1,\underbrace{00345}_{5\text{ штук}} = 1\frac{345}{\underbrace{100000}_{5\text{ штук}}} = 1\frac{69}{20000}$$

Запомните

Обыкновенную дробь можно перевести в конечную десятичную дробь, если её знаменатель раскладывается только на множители 2 и 5, которые могут повторятся.

Примеры:

$$\frac{11}{40} = \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}$$

Дробь 11/40 можно преобразовать в конечную десятичную. Её знаменатель раскладывается на множители 2 и 5.

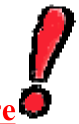
$$\frac{17}{60} = \frac{17}{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}$$

Дробь 17/60 нельзя преобразовать в конечную десятичную дробь, потому что в её знаменателе кроме множителей 2 и 5, есть 3.

Не все обыкновенные дроби можно представить в виде конечной десятичной дроби.

Например, если делить 2 на 3, то сначала получим ноль целых, потом шесть десятых, а затем при делении всё время будет повторяться остаток 2, а в частном — цифра 6.
Такое деление закончить без остатка невозможно и поэтому дробь 2/3 нельзя представить в виде конечной десятичной дроби.

$$\frac{2}{3} = 0,6666\ldots$$

Запомните 

Если в записи десятичной дроби одна цифра или группа цифр начинают повторяться бесконечно много раз, такую дробь называют **периодической дробью**.

В краткой записи периодической дроби повторяющуюся цифру (или группу цифр) пишут в скобках. Эту цифру (или группу цифр) называют **периодом дроби**.
Вместо 0,666... пишут 0,(6) и читают «ноль целых и шесть в периоде».

$$\frac{2}{99} = 0,\underbrace{02}_{\boxed{\text{период}}}0202\ldots = 0,(02)$$

Перевод периодической дроби в обыкновенную

Периодическую бесконечную десятичную дробь можно перевести в обыкновенную дробь.

Рассмотрим периодическую дробь 10,0219(37).

- Считаем количество цифр **в периоде** десятичной дроби. Обозначаем количество цифр за букву k. У нас $k = 2$.
- Считаем количество цифр, стоящих после запятой, но до периода десятичной дроби. Обозначаем количество цифр за букву m. У нас $m = 4$.
- Записываем все цифры после запятой (*включая цифры из периода*) в виде натурального числа.

Если вначале, до первой значащей цифры, идут нули, то отбрасываем их. Обозначаем полученное число буквой a.
a= 021937 = 21 937

- Теперь записываем все цифры, стоящие после запятой, но до периода, в виде натурального числа. Если вначале до первой значащей цифры идут нули, то отбрасываем их. Обозначаем полученное число буквой b.
b= 0219 = 219

- Подставляем найденные значения в формулу, где Y — целая часть **бесконечной периодической дроби**. У нас $Y = 10$.

$$Y + \frac{a-b}{\underbrace{99\ldots9}_{k}\ \underbrace{00\ldots0}_{m}}$$

  Пример перевода периодической дроби в обыкновенную.

  Итак, подставляем все найденные значения в формулу выше и получаем обыкновенную дробь. Полученный ответ всегда можно проверить на обычном калькуляторе.

$$10,0219(37) = 10 + \frac{21\,937-219}{990\,000} = 10 + \frac{\overset{10\,859}{\cancel{21\,718}}}{\underset{495\,000}{\cancel{990\,000}}} = 10\,\frac{10\,859}{495\,000}$$

Проверка:

$$10\,\frac{10\,859}{495\,000} = \frac{10\ \cdot 495\,000 + 10\,859}{495\,000} = \frac{4\,950\,000 + 10\,859}{495\,000} =$$

$$= \frac{4\,960\,859}{495\,000} = 10,0219(37)$$

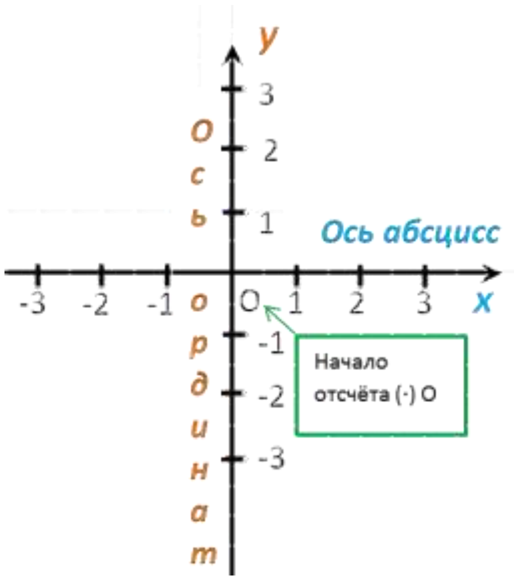
БИЛЕТ №26

Декартова система координат на плоскости.

Для нахождения координат нужны ориентиры, от которых ведётся отсчёт.

- На плоскости такими ориентирами будут служить две числовые оси. На чертеже обычно первую ось рисуют горизонтально, её называют осью АБСЦИСС и обозначают буквой X, записывают ось Ox. Положительное направление на оси абсцисс выбирают слева направо и показывают стрелкой.
- Вторую ось проводят вертикально, её называют осью ОРДИНАТ и обозначают буквой Y, записывают ось Oy. Положительное направление на оси ординат выбирают снизу вверх и показывают стрелкой.

Оси взаимно перпендикулярны (т.е. угол между ними равен 90°) и пересекаются в точке, которую обозначают O. Точка O является началом отсчёта для каждой из осей.



<u>Запомните</u>!

Система координат— это две взаимно перпендикулярные координатные прямые, пересекающиеся в точке, которая является началом отсчёта для каждой из них.

Координатные оси — это прямые, образующие систему координат.

Ось абсцисс(*Ox*) — горизонтальная ось.

Ось ординат(*Oy*) — вертикальная ось.

Координатная плоскость — плоскость, в которой построена система координат. Обозначается плоскость как *x*0*y*.

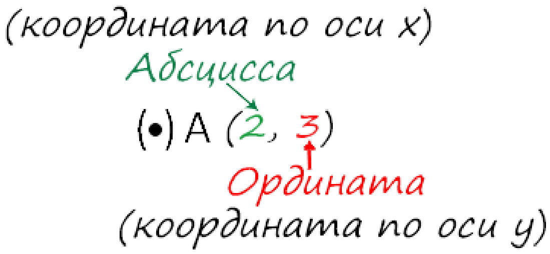
Обращаем ваше внимание на выбор длины единичных отрезков по осям. Цифры, обозначающие числовые значения на осях можно располагать как справа, так и слева от оси *Oy*. Цифры на оси *Ox*, как правило, пишут внизу под осью.

Оси координат делят плоскость на 4 угла, которые называют **координатными четвертями**. Четверть, образованная положительными полуосями (правый верхний угол), считают первой (I).

Отсчитываем четверти (или координатные углы) против часовой стрелки.

Каждой точке координатной плоскости соответствуют две координаты.

Координаты точки на плоскости — это пара чисел, в которой на первом месте стоит абсцисса, а на втором—ордината точки.



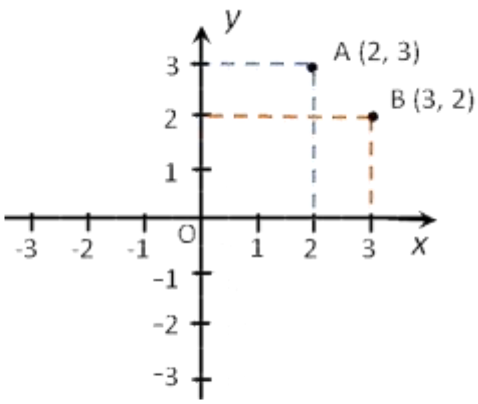
Рассмотрим как в системе координат (на координатной плоскости):

- находить координаты точки;
- найти положение точки.

Запомните

Чтобы найти координаты точки на плоскости, нужно опустить из этой точки перпендикуляры на оси координат.

Точка пересечения с осью x называется абсциссой точки A, а с осью y называется ординатой точки A.

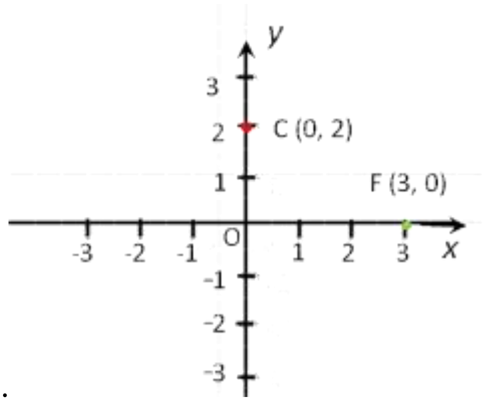


Пример A (2; 3) и B (3; 2).

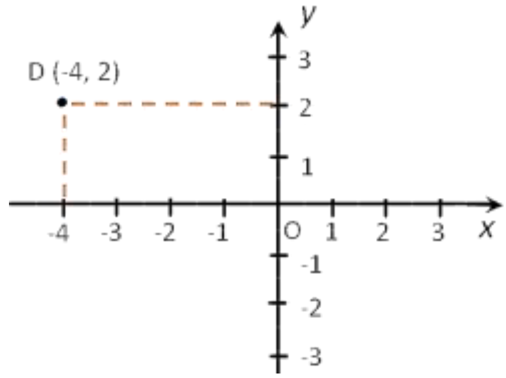
Запомните

Особые случаи расположения точек

1. Если точка лежит на оси Oy, то её абсцисса равна 0. Например, точка C (0, 2).
2. Если точка лежит на оси Ox, то её ордината равна 0. Например, точка F (3, 0).
3. Начало координат — точка O имеет координаты, равные нулю O (0,0)



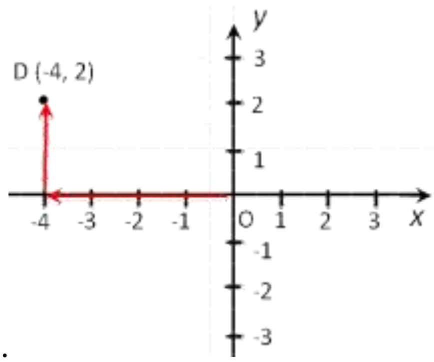
Как найти положение точки по её координатам



Чтобы найти точку D (−4 , 2) надо:

1.Сместиться по оси x влево на 4 единицы, так как у нас перед 4 стоит «−».

2.Подняться из этой точки параллельно оси y вверх на 2 единицы, так как у нас перед 2 стоит «+»



БИЛЕТ №27

Виды углов

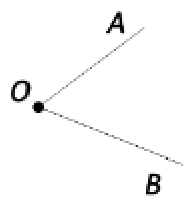
Запомните!

Угол — это геометрическая фигура, которая состоит из двух лучей и вершины.

Вершина угла — это точка, в которой два луча берут начало.

Стороны угла — это лучи, которые образуют угол.

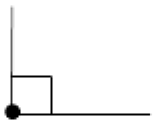
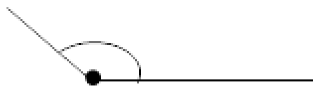
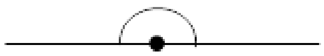
Например:



Вершина угла — точка О.
Стороны угла — ОА и ОВ.
Для обозначения угла используется символ:∠АОВ

Единица измерения углов — градусы. Углы измеряют с помощью специального прибора — транспортира.
Для обозначения градусов в тексте используется символ: °
50 градусов обозначаются так: 50°

Виды углов

Вид угла	**Размер в градусах**	**Пример**
Прямой	Равен 90°	
Острый	Меньше 90°	
Тупой	Больше 90°	
Развернутый	Равен 180°	

БИЛЕТ№28

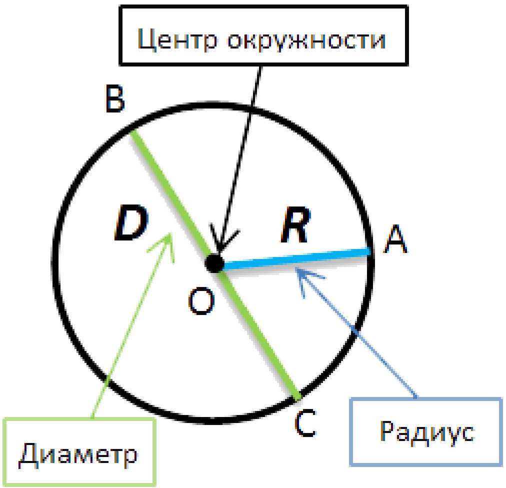
Длина окружности. Площадь круга

Возьмем циркуль. Установим ножку циркуля с иглой в точку О, а ножку циркуля с карандашом будем вращать вокруг этой точки. Таким образом, мы получим замкнутую линию. Такую замкнутую линию называют —**окружность**.

Запомните!

Окружность - это геометрическая фигура, образованная замкнутой кривой линией, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от центра.
Круг - это геометрическая фигура, которая ограничена окружностью.
Окружность - это граница круга.

Рассмотрим более подробно окружность. Разберёмся, что называют центром, радиусом и диаметром окружности.



- (·) O — называется центром окружности.
- Отрезок, который соединяет центр и любую точку окружности, называется **радиусом окружности**. Радиус окружности обозначается буквой R. На рисунке выше — это отрезок OA.
- Отрезок, который соединяет две точки окружности и проходит через её центр, называется **диаметром окружности**.

  Диаметр окружности обозначается буквой D. На рисунке выше — это отрезок BC.

  На рисунке также видно, что диаметр равен двум радиусам. Поэтому справедливо выражение D = 2R.

Число π и длина окружности

Прежде чем разобраться, как считается длина окружности, необходимо выяснить, что такое числоπ(читается как «Пи»), которое так часто упоминают на уроках.

В далекие времена математики Древней Греции внимательно изучали окружность и пришли к выводу, что длина окружности и её диаметр взаимосвязаны.

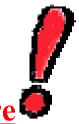
Запомните

Отношение длины окружности к её диаметру является одинаковым для всех окружностей и обозначается греческой буквой π («Пи»).

$\pi \approx 3{,}14...$

Число «Пи» относится к числам, точное значение которых записать невозможно ни с помощью обыкновенных дробей, ни с помощью десятичных дробей. Нам для наших вычислений достаточно использовать значение π, округленное до разряда сотых $\pi \approx 3{,}14...$.

Теперь, зная, что такое число π, мы можем записать формулу длины окружности.



Запомните

Длина окружности— это произведение числа π и диаметра окружности. Длина окружности обозначается буквой C (читается как «Це»).

$C = \pi D$

$C = 2\pi R$, так как $D = 2R$

Площадь круга.

Если площадь круга обозначить буквой **S** , а его радиус **r** то формула нахождения площади круга будет выглядеть так:

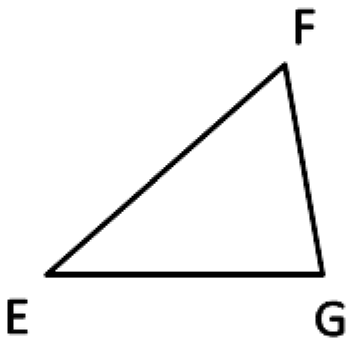
$\mathbf{S = \pi r^2}$

БИЛЕТ№29

Треугольник. Виды треугольников.

Треугольник - это геометрическая фигура, которая имеет три стороны и три угла (вершины треугольника).

Треугольник обозначается тремя заглавными латинскими буквами, перед которыми ставится знак: $\triangle$.

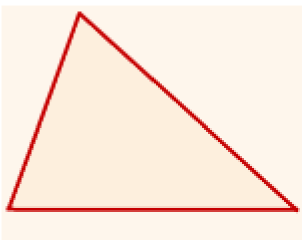


Треугольник EFG - $\triangle$EFG.

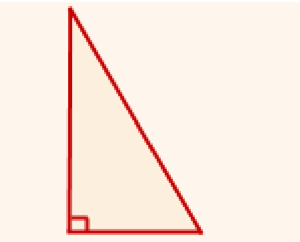
В зависимости от величин углов и соотношения длин сторон различают следующие виды треугольников.

Виды треугольников по углам:

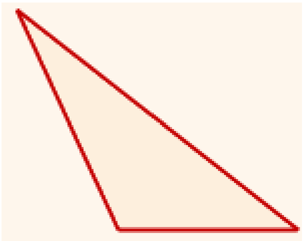
- остроугольные
- прямоугольные
- тупоугольные



Остроугольный треугольник — это треугольник, все углы которого острые (то есть градусная мера каждого угла меньше 90º).



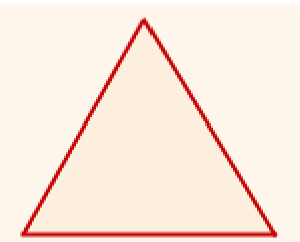
Прямоугольный треугольник — это треугольник, у которого один угол прямой (то есть имеет градусную меру 90º).



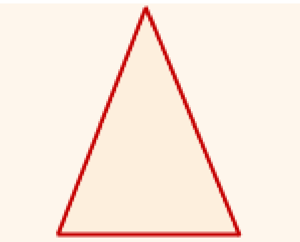
Тупоугольный треугольник — это треугольник, у которого один угол — тупой (то есть имеет градусную меру больше 90º).

<u>Виды треугольников по сторонам:</u>

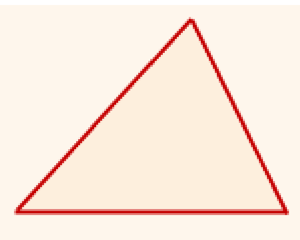
- равносторонние
- равнобедренные
- разносторонние



Равносторонний треугольник (или правильный треугольник) — это треугольник, у которого все три стороны равны.



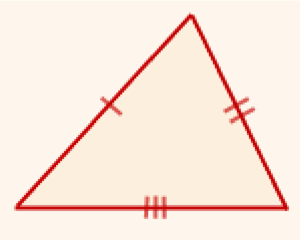
Равнобедренный треугольник — это треугольник, у которого две стороны равны.



Разносторонний треугольник — треугольник, все стороны которого имеют разную длину.

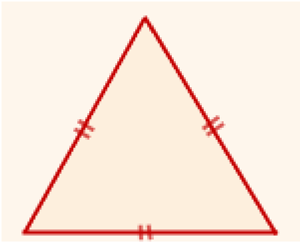
Если в задаче ничего не сказано о виде треугольника, его считают произвольным, то есть разносторонним.

Отрезки равной длины на чертеже отмечают равным количеством черточек:

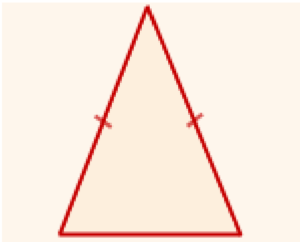


разносторонний треугольник

равносторонний

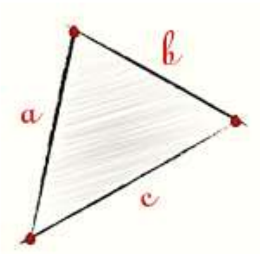


треугольник



равнобедренный треугольник

Периметр треугольника



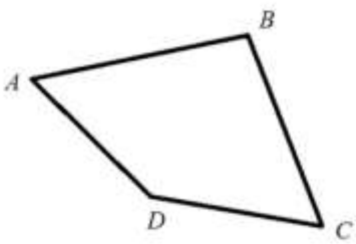
Периметр треугольника равен сумме длин его сторон: $P=a+b+c$

БИЛЕТ№30

Четырехугольник. Прямоугольник. Квадрат.

Запомните

Четырехугольником называется фигура, которая состоит из четырех точек, называемых вершинами, и четырех соединяющих их отрезков – сторон. При этом - никакие три точки не лежат на одной прямой; - каждая вершина является концом двух и только двух сторон; - стороны не имеют других точек пересечения кроме, может быть, вершин.



Прямоугольник

Запомните

Прямоугольник – это четырёхугольник, у которого все углы прямые и противоположные стороны равны.

Нахождение периметра.

1. P = a +b +a +b
2. P = 2 ·a + 2 · b
3. P = (a + b) ·2

<u>Нахождение стороны по периметру</u> и другой стороне.

a = (P – b – b) : 2 или b = (P – a – a) : 2 или P:2 – a

Например. P = 24см, a = 7 см. Найти *в*.   *в* = 24:2 – 7 = 5 см

Нахождение площади   S = a · b

<u>Нахождение стороны прямоугольника по площади</u> и известной стороне. a = S :b или b = S:a

<u>Нахождение площади по известному периметру и стороне</u>.

Сначала надо найти вторую сторону, затем по формуле площадь.

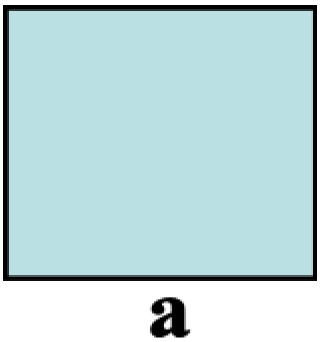
Нахождение периметра по известной площади.

Сначала надо найти сторону, затем площадь.

Квадрат

Запомните

Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.



$S = a \cdot a = a^2$

P=a+a+a+a

$P = 4 \cdot a$